Liniowe własności wymiaru Goldiego

E.R. Puczyłowski (Warszawa)

Wymiar Goldiego, $GdimM$, modułu M definiuje się jako $sup\{\lambda \mid M$ zawiera sumę prostą λ niezerowych podmodułów$\}$. Jest więc to uogólnienie na moduły wymiaru przestrzeni liniowych. Duża rola jaką odgrywa wymiar Goldiego w badaniach modułów i pierścieni wiąże się z tym, że $GdimM = n < \infty$ wtedy i tylko wtedy gdy M zawiera sumę prostą n podmodułów jednolitych (tzn. niezerowych podmodułów, które nie zawierają sum prostych niezerowych podmodułów), która jest podmodułem istotnym M (tzn. przecina niezerowo dowolny niezerowy podmoduł M). Uogólnia to podstawową własność wymiaru przestrzeni liniowych, która mówi, że wymiar ten jest równy mocy dowolnej jej bazy (tj. maksymalnego podzbioru liniowo niezależnego). W tym kontekście naturalne jest pytanie czy lub na ile można rozszerzyć na wymiar Goldiego inne własności wymiaru przestrzeni liniowych. Pierwszy z brzegu przykład: czy istnieje odpowiednik faktu, że baza przestrzeni liniowej to minimalny podzbiór generujący tę przestrzeń? Ciekawe jest tutaj, że dla uzyskiwania takich rozszerzeń właściwszym wydaje się być grunt nie modułów, a krat modularnych, na które bez trudu przenosi się definicję wymiaru Goldiego. Zagadnienia tego rodzaju były rozważane, mniej lub bardziej świadomie, w wielu pracach. Celem referatu będzie przedstawienie niektórych znanych wyników z tego zakresu.