

PIERŚCIENIE SKOŚNYCH SZEREGÓW POTĘGOWYCH Z RÓŻNICZKOWANIEM

PIOTR GRZESZCZUK (BIAŁYSTOK)

Niech R będzie K -algebrą łączną, σ jej K -liniowym automorfizmem oraz niech δ oznacza σ -różniczkowanie K -algebry R , tzn. endomorfizm addytywnej grupy R taki, że dla dowolnych $a, b \in R$ $\delta(ab) = \delta(a)b + \sigma(a)\delta(b)$. W przypadku, gdy δ jest odwzorowaniem lokalnie nilpotentnym i dla pewnego $q \in K$ spełniony jest warunek q -przemienności $\delta\sigma = q\sigma\delta$, można rozpatrywać pierścień skośnych szeregów potęgowych $R[[x; \delta, \sigma]]$, zdefiniowany podobnie jak pierścień skośnych wielomianów $R[x; \delta, \sigma]$. Oczywiście $R[x; \delta, \sigma]$ jest podpierścieniem w $R[[x; \delta, \sigma]]$. O własnościach pierścienia skośnych szeregów potęgowych było do tej pory bardzo mało wiadomo. W pracy [1] wykazano, że jeśli lokalnie nilpotentne σ -różniczkowanie δ jest surjekcją, to R jest prawostronnym modulem wolnym przeliczalnej rangi nad podpierścieniem stałych $R^\delta = \ker \delta$ oraz pierścień $R[[x; \delta, \sigma]]$ jest izomorficzny z pierścieniem endomorfizmów $\text{End}(R_{R^\delta})$. W tym przypadku pierścień $R[[x; \delta, \sigma]]$ można zatem utożsamiać z pełnym pierścieniem macierzy nieskończonych $M_\infty(R^\delta)$. Stąd widać w szczególności, że jeśli δ jest surjekcją, to $R[[x; \delta, \sigma]]$ jest pierścieniem pierwszym (półpierwszym) wtedy i tylko wtedy, gdy R^δ ma tę samą własność. Wykazano, że jeśli δ jest lokalnie nilpotentnym różniczkowaniem (niekoniecznie surjekcją), to pierwszość (półpierwszość) podpierścienia stałych R^δ zapewnia pierwszość (półpierwszość) pierścienia skośnych szeregów potęgowych. Znalaziono dość zaskakujący przykład pierwszego pierścienia R , dla którego $R[[x; \delta]]$ zawiera nilpotentne ideały. W [1] podano również przykład pierścienia przemiennego R wraz z lokalnie nilpotentnym różniczkowaniem δ , dla którego $R[[x; \delta]]$ jest dziedziną, zaś po dołączeniu do R odwrotności jednego elementu $t \in R^\delta$, pierścień $R[t^{-1}][[y; \delta]]$ jest pełnym pierścieniem nieskończonych macierzy.

Bibliografia

- [1] J. Bergen, P. Grzeszczuk, *Skew power series rings of skew derivation type*, submitted.

Katedra Informatyki Teoretycznej
Wydział Informatyki
Politechnika Białostocka
Wiejska 45A, 15-351 Białystok
E-mail: piotrgr@pb.edu.pl